

TD 5.1 - Suites usuelles

Entraînements

Exercice 1. Calculer le terme général, étudier la convergence, et calculer la somme des termes $S = \sum_{k=0}^n u_k$ pour les suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définies par $u_0 = 2$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$:

1. $u_{n+1} = u_n + 3$

2. $u_{n+1} = u_n + \frac{1}{2}$

3. $u_{n+1} = u_n - 5$

4. $u_{n+1} = 3u_n$

5. $u_{n+1} = \frac{u_n}{2}$

6. $u_{n+1} = -5u_n$

7. $u_{n+1} = 3u_n + 3$

8. $u_{n+1} = -\frac{u_n}{2} + \frac{1}{3}$

9. $u_{n+1} = -u_n - 4$

Exercice 2. Déterminer en fonction de n , le terme u_n des suites qui vérifient

1. $u_0 = 1, u_1 = 2, \forall n \in \mathbb{N}^*, u_{n+1} = 2u_n + 3u_{n-1}$.

2. $u_0 = 1, u_1 = 0, \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = 4u_{n+1} - 4u_n$.

3. $u_0 = 2, u_1 = -3, \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = -8u_{n+1} - 16u_n$.

4. $u_1 = 1, u_2 = 1, \forall n \geq 3, u_n = u_{n-1} + u_{n-2}$.

5. $u_0 = 1, u_1 = 2, \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = -4u_n$.

Exercice 3. Pour ces suites définies par récurrence, calculer le terme général en fonction de n :

1. $u_1 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_{n+1} = \frac{3(n+1)}{2n}u_n$

2. $u_0 = 2$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 2u_n^3$

Type DS

Exercice 4. On définit deux suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par $u_0 = 0 \quad v_0 = 1$

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 2u_n - 4v_n \quad \text{et} \quad v_{n+1} = u_n + 4v_n.$$

1. INFO Ecrire une fonction Python qui prend en argument un entier n et retourne les valeurs de u_n et v_n .

2. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$

$$u_{n+2} = 6u_{n+1} - 12u_n$$

3. Déterminer les solutions de $x^2 - 6x + 12 = 0$ et les mettre sous formes exponentielles.

4. En déduire la valeur de u_n en fonction de n .