

# Programme de colle : Semaine 1

## Lundi 16 septembre

### 1 Cours

#### 1. Logique

- Utilisation du quantificateur d'existence et du quantificateur universel.
- Savoir transcrire une propriété mathématique à l'aide de quantificateurs
- Donner la négation d'une proposition contenant des quantificateurs.

#### 2. Résolution d'équations :

- Résolution des (in)-équations polynomiales de degré 2.
- Résolution des (in)-équations polynomiales de degré 3 avec racine évidente.
- Résolution des (in)-équations avec des radicaux (racines)
- Résolution des (in)-équations avec des quotients et des produits.
- Résolution des (in)-équations avec des valeurs absolues.
- Résolution des (in)-équations dépendant d'un paramètre.
- Résolution des (in)-équations avec changement de variable.
- Utiliser une étude de fonctions pour prouver une inégalité

### 2 Exercices Types

- Exprimer la propriété suivante à l'aide des quantificateurs :  $P(f)$  : " La fonction  $f$  ne s'annule pas sur  $\mathbb{R}$ ".  
En donner la négation. Donner un exemple d'une fonction pour laquelle  $P(f)$  est vraie, et une pour laquelle  $P(f)$  est fausse.
- Résoudre  $x^4 - x^2 > 0$
- Résoudre  $|x + 1| > |x - 2|$
- Résoudre  $\sqrt{x + 2} > x$
- Résoudre  $\frac{1}{x} < \frac{1}{x-1} + 1$
- Résoudre  $e^{3x} + e^x - 2 = 0$
- Résoudre  $(x^2 - 1)e^x - (x^2 - 1)e^{(x^2)} \geq 0$
- Résoudre en fonction du paramètre  $m$ ,  $|mx - 1| < 2$
- Montrer que pour tout  $x > -1$ ,  $\ln(x + 1) \leq x$