

Programme de colle : Semaine 11

Lundi 9 Décembre

1 Cours

1. Géométrie

- Vecteurs de \mathbb{R}^2 et \mathbb{R}^3 (définis comme éléments de \mathbb{R}^2 et \mathbb{R}^3).
- Opérations sur les vecteurs : somme et multiplication par un scalaire.
- Déterminant de deux vecteurs de \mathbb{R}^2 .
- Produit scalaire.
- Equation de droite dans le plan : cartésienne et paramétrique.
- Vecteur directeur, vecteur normal.

2. Equations différentielles à coefficients constants

- Résolution des équations de la forme $y'(x) + ay(x) = b$ où $(a, b) \in \mathbb{R}^2$.
- Forme des solutions des équations de la forme $y'(x) + ay(x) = b(x)$ où $a \in \mathbb{R}^2$ et b est une fonction dérivable. On donnera la forme d'une solution particulière sauf si b est une fonction constante.
- Equations différentielles linéaires d'ordre 2 à coeff constants ($ay'' + by' + cy = f(x)$) où $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$ et f fonction. On donnera la forme d'une solution particulière sauf si b est une fonction constante.
- Résolution d'un probleme de Cauchy associé.

3. Python :

- Instruction conditionnelle (if/else)
- Fonction
- Boucle **for**, **while**
- Liste
- Chaîne de caractères

2 Exercices Types

1. Soit D la droite d'équation $y = 2x + 1$ en donner une représentation paramétrique. En donner un vecteur normal. Soit $A = (1, 2)$ donner le projeté orthogonal de A sur D
2. Soit D la droite d'équation paramétrique $\begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 2 - \lambda \end{cases}$ où $\lambda \in \mathbb{R}$. En donner une équation cartésienne.
3. Résoudre $y'(x) + 2y(x) = 3$ avec la condition initiale $y(1) = 2$
4. Résoudre $y'(x) + 2y(x) = 3x + 1$ avec la condition initiale $y(1) = 2$. On cherchera une solution particulière de la forme $f_p(x) = ax + b$ où $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ sont des réels à déterminer.
5. Résoudre $y''(x) + 2y'(x) + y = 3x + 1$ avec la condition initiale $y(1) = 2$. On cherchera une solution particulière de la forme $f_p(x) = ax + b$ où $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ sont des réels à déterminer.
6. Ecrire une fonction Python qui prend en argument un entier n et retourne la valeur de u_n où $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une des suites définies précédemment.
7. Ecrire une fonction Python qui prend en argument un entier la valeur de la somme $\sum_{k=1}^n k^7$