Programme de colle : Semaine 12
Lundi 16 Décembre

1 Cours

1. Géométrie
   - Vecteurs de $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$ (définis comme éléments de $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$).
   - Opérations sur les vecteurs : somme et multiplication par un scalaire.
   - Déterminant de deux vecteurs de $\mathbb{R}^2$.
   - Produit scalaire.
   - Equation de droite dans le plan : cartésienne et paramétrique.
   - Vecteur directeur, vecteur normal.
   - equation d'un cercle dans le plan.
   - Droite et plans dans l'espace
2. Equations différentielles à coefficients constants
   - Résolution des équations de la forme $y'(x) + ay(x) = b$ où $(a, b) \in \mathbb{R}^2$.
   - Forme des solutions des équations de la forme $y'(x) + ay(x) = b(x)$ où $a \in \mathbb{R}^2$ et b est une fonction dérivable. On donnera la forme d'une solution particulière sauf si b est une fonction constante.
   - Equations différentielles linéaires d'ordre 2 à coeff constants $(ay'' + by' + cy = f(x))$ où $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$ et f fonction. On donnera la forme d'une solution particulière sauf si b est une fonction constante.
   - Résolution d'un probleme de Cauchy associé.
3. Python :
   - Instruction conditionnelle (if/else)
   - Fonction
   - Boucle `for`, `while`
   - Liste
   - Chaine de caractères

2 Exercices Types

1. Soit D la droite d'équation $y = 2x + 1$ en donner une représentation paramétrique. En donner un vecteur normal. Soit $A = (1, 2)$ donner le projeté orthogonal de A sur D
2. Soit D la droite d'équation paramétrique $\begin{cases} x &= 1 + 2\lambda \\ y &= 2 - \lambda \end{cases}$ où $\lambda \in \mathbb{R}$. En donner une équation cartésienne.
3. Les points A et B ont pour coordonnées respectives $(2, 4)$ et $(-1, 3)$. Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont pour coordonnées respectives $(2, -1)$ et $(3, -2)$. Donner des équations (cartésiennes et paramétriques) de
   - La droite (AB).
   - La droite $\mathcal{D}$ qui passe par A et de vecteur directeur $\vec{u}$.
   - La droite $\mathcal{D}'$ qui passe par B et qui est orthogonale à $\vec{v}$.
4. (a) Déterminer l'équation du cercle $\mathcal{C}_1$ de diamètre $[AB]$ où $A(3, 1)$ et $B(7, -1)$.
   (b) La partie $\mathcal{C}_2$ du plan définie par l'équation cartésienne $x^2 + y^2 - 8x + y + 10 = 0$ est-elle un cercle ? Si oui, donner son centre et son rayon.
   (c) Déterminer l'intersection de $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$.
5. On considère les plans $\mathcal{P} : x - y + z = 1$ et $\mathcal{P}' : x + 2y + 3z = 6$.
   Justifier que $\mathcal{P} \cap \mathcal{P}'$ est une droite, que l'on appellera $\mathcal{D}$. Déterminer un vecteur directeur de $\mathcal{D}$.
6. Résoudre $y'(x) + 2y(x) = 3$ avec la condition initiale $y(1) = 2$
7. Résoudre $y'(x) + 2y(x) = 3x + 1$ avec la condition initiale $y(1) = 2$. On cherchera une solution particulière de la forme $f_p(x) = ax + b$ où $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ sont des réels à déterminer.

8. Résoudre $y''(x)+2y'(x)+y = 3x+1$ avec la condition initiale $y(1) = 2$. On cherchera une solution particulière de la forme $f_p(x) = ax + b$ où $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ sont des réels à déterminer.
9. Ecrire une fonction Python qui prend en argument un entier n et retourne la valeur de u_n où $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une des suites définies précédemment.
10. Ecrire une fonction Python qui prend en argument un entier la valeur de la somme $\sum_{k=1}^{n} k^7$