

Programme de colle : Semaine 13

Lundi 6 Janvier

1 Cours

1. Dénombrement

- Ensembles finis, cardinal d'une union disjointe, cardinal d'une union quelconque pour 2 ensembles, cardinal d'un complémentaire
- Cardinal d'un produit cartésien
- lien entre injection, surjection, bijection et cardinal.
- Choix de p objet parmi n
 - Avec ordre et répétition (n^p)
 - Avec ordre et sans répétition, $\left(\frac{n!}{(n-p)!}\right)$
 - Sans ordre et sans répétition, $\binom{n}{p}$
 - Sans ordre et avec répétition. $\binom{n+p-1}{p}$

2. Géométrie

- Vecteurs de \mathbb{R}^2 et \mathbb{R}^3 (définis comme éléments de \mathbb{R}^2 et \mathbb{R}^3).
- Opérations sur les vecteurs : somme et multiplication par un scalaire.
- Déterminant de deux vecteurs de \mathbb{R}^2 .
- Produit scalaire.
- Equation de droite dans le plan : cartésienne et paramétrique.
- Vecteur directeur, vecteur normal.
- equation d'un cercle dans le plan.
- Droite et plans dans l'espace

3. Python :

- Instruction conditionnelle (if/else)
- Fonction
- Boucle `for`, `while`
- Liste
- Chaîne de caractères

2 Exercices Types

- Un sac contient 5 jetons blancs et 8 jetons noirs. On suppose que les jetons sont discernables (numérotés par exemple) et on effectue un tirage de 6 jetons de ce sac.
 - On suppose que les jetons sont tirés successivement en remettant à chaque fois le jeton tiré.
 - Donner le nombre de résultats possibles.
 - Combien de ces résultats amènent
 - exactement 1 jeton noir ?
 - au moins 1 jeton noir ?
 - au plus un jeton noir ?
 - 2 fois plus de jetons noirs que de jetons blancs ?
 - Mêmes questions en supposant que les jetons sont tirés successivement sans remise.
 - Mêmes questions en supposant que les jetons sont tirés simultanément.
- Soit D la droite d'équation $y = 2x + 1$ en donner une représentation paramétrique. En donner un vecteur normal. Soit $A = (1, 2)$ donner le projeté orthogonal de A sur D

3. Soit D la droite d'équation paramétrique $\begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 2 - \lambda \end{cases}$ où $\lambda \in \mathbb{R}$. En donner une équation cartésienne.
4. Les points A et B ont pour coordonnées respectives $(2, 4)$ et $(-1, 3)$. Les vecteurs \vec{u} et \vec{v} ont pour coordonnées respectives $(2, -1)$ et $(3, -2)$. Donner des équations (cartésiennes et paramétriques) de
- La droite (AB) .
 - La droite \mathcal{D} qui passe par A et de vecteur directeur \vec{u} .
 - La droite \mathcal{D}' qui passe par B et qui est orthogonale à \vec{v} .
5. (a) Déterminer l'équation du cercle \mathcal{C}_1 de diamètre $[AB]$ où $A(3, 1)$ et $B(7, -1)$.
- (b) La partie \mathcal{C}_2 du plan définie par l'équation cartésienne $x^2 + y^2 - 8x + y + 10 = 0$ est-elle un cercle? Si oui, donner son centre et son rayon.
- (c) Déterminer l'intersection de \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 .
6. On considère les plans $\mathcal{P} : x - y + z = 1$ et $\mathcal{P}' : x + 2y + 3z = 6$. Justifier que $\mathcal{P} \cap \mathcal{P}'$ est une droite, que l'on appellera \mathcal{D} . Déterminer un vecteur directeur de \mathcal{D} .
7. Ecrire une fonction Python qui prend en argument un entier n et retourne la valeur de u_n où $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une des suites définies précédemment.
8. Ecrire une fonction Python qui prend en argument un entier la valeur de la somme $\sum_{k=1}^n k^7$