

# Programme de colle : Semaine 3

## Lundi 30 septembre

### 1 Cours

1. Etude de fonctions :

- (a) REGLES DE CALCULS SUR EXP ET LN
- (b) Domaine de définition et de dérivabilité des fonctions usuelles.
- (c) Equation de la tangente en un point au graphe d'une fonction dérivable.
- (d) Composition de fonction, formule de la dérivée d'une composée.
- (e) Limite : des fonctions usuelles + croissances comparées.
- (f) Taux d'accroissement.
- (g) TVI

2. Trigonométrie

- (a) Définition de  $\cos$ ,  $\sin$ , (aucune propriété analytique n'est attendue)
- (b) Formules d'additivité de  $\cos$  et  $\sin$ .
- (c) Résolutions des équations trigonométriques

3. Python :

- (a) Déclarer une variable
- (b) Instruction conditionnelle (if/else)
- (c) Fonction

### 2 Exercices Types

1. Montrer que pour tout  $x > -1$ ,  $\ln(x + 1) \leq x$

2. À l'aide d'une étude de fonction, démontrer l'inégalité suivante :  $\forall x \in \mathbb{R}^+ \quad e^x - \frac{x^2}{2} \geq 1$ .

3. Pour chacune des expressions, donner le domaine de définition et simplifier quand c'est possible.

(a)  $f(x) = x \ln \sqrt{e^{\frac{x}{2}}} + \left( \sqrt{e^{2 \ln(2x-1)}} \right)^3$ .

(b)  $g(x) = e^{\sqrt{\ln x}} + e^{(\ln x)^2}$ .

4. Etudier les fonctions suivantes :

(a)  $f_1 : x \mapsto (2x^2 - 4x + 5)e^x - xe^{(x^2)}$

(b)  $f_2 : x \mapsto \ln(x^2 + x + 1) - x$

(c)  $f_3 : x \mapsto xe^{-x^2+x}$

(d)  $f_4 : x \mapsto x^2 e^{(-x^2)}$

(e)  $f_5 : x \mapsto x \ln(x)$

(f)  $f_6 : x \mapsto \frac{e^x}{e^{2x} + 1}$

5. Résoudre  $\cos(2x) = \sin(x)$

6. Résoudre  $\cos(2x + \frac{\pi}{6}) = \frac{-1}{2}$

7. Donner la valeur de  $\cos(\frac{\pi}{12})$

8. Exprimer  $\tan(a + b)$  en fonction de  $\tan(a)$  et  $\tan(b)$

9. Ecrire une fonction Python qui prend en argument un entier et retourne True si l'entier est plus grand que 100 et False sinon.

10. Ecrire une fonction Python qui prend en argument un entier  $n$  et retourne  $n/2$  si il est pair, et  $3n + 1$  sinon.