

Programme de colle : Semaine 5

Lundi 14 Octobre

1 Cours

1. Une étude de fonction en début de colle peut être demandée pendant toute l'année par les colleurs !
2. Sommes - Produits - Récurrences
 - (a) Raisonnement par récurrence (récurrence simple, double et récurrence forte : dans ce dernier cas, on doit donner à l'étudiant la proposition de récurrence)
 - (b) Notations Σ et \prod .
 - (c) Les sommes suivantes sont à connaître : $\sum_{k=1}^n 1$, $\sum_{k=1}^n k$, $\sum_{k=0}^n q^k$ (Les preuves des deux dernières sont exigibles)
 - (d) Binôme de Newton (preuve non exigible).
 - (e) Sommes doubles.
3. Complexes
 - (a) Forme algébrique, trigonométrique, exponentielle.
 - (b) Conjugué.
 - (c) Module, argument.
 - (d) Interprétation géométrique.
4. Python :
 - (a) Instruction conditionnelle (if/else)
 - (b) Fonction
 - (c) Boucle for

2 Exercices Types

1. Calculer

$$\sum_{k=0}^n x^{2k} \quad \text{et} \quad \sum_{k=0}^n x^{2k+1} \quad \text{et} \quad \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} \frac{(-1)^{j-1}}{2^{j+1}} \quad \text{et} \quad \sum_{k=0}^n \sum_{j=0}^k \frac{j}{k} \quad \text{et} \quad \sum_{k=1}^n \ln\left(1 + \frac{1}{k}\right)$$

2. Mettre les complexes suivants sous forme algébrique simple :

$$z = \frac{1 - 3i}{1 + 3i} \quad \text{et} \quad z = (i - \sqrt{2})^3 \quad \text{et} \quad z = \left(\frac{\sqrt{3} - i}{1 + i\sqrt{3}}\right)^9$$

3. Écrire les nombres suivants sous forme exponentielle :

$$z = -18 \quad \text{et} \quad z = -7i \quad \text{et} \quad z = 1 + i \quad \text{et} \quad z = (1 + i)^5$$

4. On note $j = e^{\frac{2i\pi}{3}}$.

- (a) Calculer j^3 et $1 + j + j^2$.

- (b) Simplifier les expressions $(1 + j)^5$, $\frac{1}{(1 + j)^4}$ et $\frac{1}{1 - j^2}$.

5. Ecrire une fonction Python qui prend en argument un entier et retourne True si l'entier est plus grand que 100 et False sinon.
6. Ecrire une fonction Python qui prend en argument un entier n et retourne $n/2$ si il est pair, et $3n + 1$ sinon.