

Programme de colle : Semaine 6

Lundi 4 Novembre

1 Cours

1. Une étude de fonction en début de colle peut être demandée pendant toute l'année par les colleurs !
2. Complexes
 - (a) Forme algébrique, trigonométrique, exponentielle.
 - (b) Conjugué.
 - (c) Module, argument.
 - (d) Interprétation géométrique.
 - (e) Résolution des équations polynomiales avec discriminant négatif
 - (f) Application à la trigo (linéarisation et délinéarisation, formules de Moivre et d'Euler)
3. Suites usuelles :
 - (a) Suite arithmétique
 - (b) Suite géométrique
 - (c) Suite arithmético-géométrique
 - (d) Suite récurrente linéaire d'ordre 2 à coefficients constants
4. Python :
 - (a) Instruction conditionnelle (if/else)
 - (b) Fonction
 - (c) Boucle for

2 Exercices Types

1. Écrire les nombres suivants sous forme exponentielle :

$$z = -1 \quad \text{et} \quad z = i \quad \text{et} \quad z = \frac{1+i}{1-i} \quad \text{et} \quad z = (1+i)^{2024}$$

2. On note $j = e^{\frac{2i\pi}{3}}$.
 - (a) Calculer j^3 et $1 + j + j^2$.
 - (b) Simplifier les expressions $(1 + j)^5$, $\frac{1}{(1 + j)^4}$.
 - (c) Linéariser (écrire en somme de $\sin(nx)$ et $\cos(mx)$) $\sin^4(x)$
 - (d) Délinéariser (écrire en polynôme de \sin et \cos) $\sin(4x)$
 - (e) Calculer $\sum_{k=0}^n e^{ikx}$ En déduire $\sum_{k=0}^n \sin(kx)$
 - (f) Résoudre $z^2 + z + 1 = 0$
 - (g) Résoudre $z^2 = 1 + i$
 - (h) Résoudre $z^4 = i$
 - (i) Résoudre $(z - 1)^n = z^n$ (limite HP)
 - (j) Donner le terme général de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 1$ et

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 2u_n + 1$$

- (k) Donner le terme général de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 1$, $u_1 = 2$ et

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = u_{n+1} - u_n$$

3. Ecrire une fonction Python qui prend en argument un entier la valeur de la somme $\sum_{k=1}^n k^7$
4. Ecrire une fonction Python qui prend en argument un entier et retourne True si l'entier est plus grand que 100 et False sinon.
5. Ecrire une fonction Python qui prend en argument un entier n et retourne $n/2$ si il est pair, et $3n + 1$ sinon.