

Programme de colle : Semaine 7

Mardi 12 Novembre

1 Cours

1. Une étude de fonction en début de colle peut être demandée pendant toute l'année par les colleurs!
2. Désormais la confusion entre f et $f(x)$ et entre u_n et $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sera pénalisée.
3. Suites usuelles :
 - (a) Suite arithmétique
 - (b) Suite géométrique
 - (c) Suite arithmético-géométrique
 - (d) Suite récurrente linéaire d'ordre 2 à coefficients constants
4. Suites réelles :
 - (a) Etude de suites : monotonie, limites.
 - (b) Théorème de convergence des suites monotones.
 - (c) Théorème d'encadrement.
 - (d) Passage à la limite dans une (in)égalité.
 - (e) Suites adjacentes (définition + théorème, bien faire la différence)
 - (f) croissances comparées (\ln , polynômes, \exp , $n!$, n^n)
 - (g) Définition de deux suites équivalentes.
 - (h) Une suite de la forme $u_n = P(n)$ où P est un polynôme vérifie $u_n \sim_{+\infty} a_d n^d$ où d est le terme de plus haut degré de P
5. Python :
 - (a) Instruction conditionnelle (if/else)
 - (b) Fonction
 - (c) Boucle `for`, `while`

2 Exercices Types

1. Donner le terme général de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 1$ et
2. Donner le terme général de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 1$, $u_1 = 2$ et

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 2u_n + 1$$

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = u_{n+1} - u_n$$

3. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}$

$$u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2}$$

- (a) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \in [0, 2]$
 - (b) Résoudre $\sqrt{x+2} - x \geq 0$
 - (c) En déduire le sens de variation de $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$
 - (d) En déduire que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge et donner sa limite.
 - (e) Ecrire une fonction Python qui prend en argument un flottant ϵ et retourne le premier entier n tel que $|u_n - \ell| \leq \epsilon$ où ℓ est la limite précédemment déterminée.
4. Déterminer un équivalent simple de $\frac{n^2 + n}{n^3 - n}$
 5. Déterminer un équivalent simple de $\frac{ne^n + n^2}{n^2 - \ln(n)}$

6. Déterminer un équivalent simple de $\frac{ne^{-n} + n^2}{n! - n^n}$
7. Ecrire une fonction Python qui prend en argument un entier n et retourne la valeur de u_n où $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une des suites définies précédemment.
8. Ecrire une fonction Python qui prend en argument un entier la valeur de la somme $\sum_{k=1}^n k^7$