Programme de colle : Semaine 8
Lundi 18 Novembre

1 Cours

1. Suites réelles :
   (a) Etude de suites : monotonie, limites.
   (b) Théorème de convergence des suites monotones.
   (c) Théorème d'encadrement.
   (d) Passage à la limite dans une (in)égalité.
   (e) Suites adjacentes (définition + théorème, bien faire la différence)
   (f) croissances comparées (ln, polynômes, exp, $n!$, n^n)
   (g) Définition de deux suites équivalentes.
   (h) Une suite de la forme $u_n = P(n)$ où P est un polynôme vérifie $u_n \sim_{+\infty} a_d n^d$ où d est le terme de plus haut degré de P
2. Python :
   (a) Instruction conditionnelle (if/else)
   (b) Fonction
   (c) Boucle `for`, `while`

2 Exercices Types

1. Donner le terme général de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 1$ et
$$\forall n \in \mathbb{N},\, u_{n+1} = 2u_n + 1$$
2. Donner le terme général de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 1$, $u_1 = 2$ et
$$\forall n \in \mathbb{N},\, u_{n+2} = u_{n+1} - u_n$$
3. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}$
$$u_{n+1} = \sqrt{u_n + 2}$$
   (a) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \in [0, 2]$
   (b) Résoudre $\sqrt{x+2} - x \geq 0$
   (c) En déduire le sens de variation de $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$
   (d) En déduire que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge et donner sa limite.
   (e) Ecrire une fonction Python qui prend en argument un flottant ϵ et retourne le premier entier n tel que $|u_n - \ell| \leq \epsilon$ où ℓ est la limite précédemment déterminée.
4. Déterminer un équivalent simple de $\dfrac{n^2+n}{n^3-n}$
5. Déterminer un équivalent simple de $\dfrac{ne^n+n^2}{n^2-\ln(n)}$
6. Déterminer un équivalent simple de $\dfrac{ne^{-n}+n^2}{n!-n^n}$
7. Ecrire une fonction Python qui prend en argument un entier n et retourne la valeur de u_n où $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une des suites définies précédemment.
8. Ecrire une fonction Python qui prend en argument un entier la valeur de la somme $\sum_{k=1}^{n} k^7$