

DM 1

À rendre le Vendredi 11 Septembre 2020.

Exercice 1 Résoudre :

1. $4x^3 - 8x^2 - 5x + 7 < 0$
2. $e^{3x} - 6e^{2x} + 8e^x > 0$
3. $|x + 3| - |12x + 4| = -23$

Résoudre l'équation suivante de paramètre $m \in \mathbb{R}$:

4. $|2x^2 + 3x| = 2m$

Exercice 2 Donner la borne inférieure et supérieure des ensembles suivants.

$$E_1 = \left\{ \sqrt{3n+2} - \sqrt{3n} \mid n \in \mathbb{N} \right\}.$$

$$E_2 = \{x \ln(x) \mid x > 0\}.$$

$$E_3 = \{x \ln(x) \mid x \in]0, 1]\}.$$

Dire si ce sont des maximums, minimum ?

Problème : Suites arithmético-géométriques Soit $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ tels que $0 < a < b$. On pose $u_0 = a, v_0 = b$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_{n+1} = \sqrt{u_n v_n}, \quad v_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2}.$$

1. Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}, 0 < u_n < v_n$.
2. Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}, v_n - u_n \leq \frac{1}{2^n}(v_0 - u_0)$.