

DM 17

Exercice 1 (D'après G2E 2014). Une compagnie aérienne dispose d'une flotte constituée de deux types d'avions : des trimoteurs (un moteur situé en queue d'avion et un moteur sous chaque aile) et des quadrimoteurs (deux moteurs sous chaque aile).

Tous les moteurs de ces avions sont susceptibles, durant chaque vol, de tomber en panne avec la même probabilité $x \in]0, 1[$ et indépendamment les uns des autres. Toutefois, les trimoteurs peuvent achever leur vol si le moteur situé en queue ou les deux moteurs d'ailes sont en état de marche et les quadrimoteurs le peuvent si au moins deux moteurs situés sous deux ailes distinctes sont en état de marche.

1. On note X_3 (respectivement X_4) la variable aléatoire correspondant au nombre de moteurs en panne sur un trimoteur (respectivement un quadrimoteur) durant un vol.
 - (a) Quelles sont les lois suivies par X_3 et X_4 ?
 - (b) Calculer la probabilité que strictement moins de la moitié des moteurs du trimoteur tombent en panne. Même question pour le quadrimoteur.
2. (a) On note T l'événement « le trimoteur achève son vol ». Démontrer que :

$$P(T) = (1 - x)(-x^2 + x + 1)$$

- (b) On note Q l'événement « le quadrimoteur achève son vol ». Démontrer que :

$$P(Q) = (1 - x)^2(1 + x)^2$$

3. Déterminer, des quadrimoteurs ou des trimoteurs, quels sont les avions les plus sûrs.