

DM6

Copie acceptée jusqu'au mercredi 17 Novembre

A faire avant le vendredi 19 novembre

Exercice 1. Soit $\lambda \in \mathbb{R}$. On considère le système suivant

$$(S_\lambda) \quad \begin{cases} 2x + 2y = \lambda x \\ x + 3y = \lambda y \end{cases}$$

1. Déterminer Σ l'ensemble des réels λ pour lequel ce système n'est pas de Cramer.
2. Pour $\lambda \in \Sigma$, résoudre S_λ
3. Quelle est la solution si $\lambda \notin \Sigma$.

Exercice 2. Résoudre le système suivant où x, y, z sont des réels positifs (on pourra utiliser une fonction qui transforme les \times en $+$) :

$$\begin{cases} x^2 y^2 z^6 = 1 \\ x^4 y^5 z^{13} = 2 \\ x^2 y z^7 = 3 \end{cases}$$

Exercice 3. Soient $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ deux suites réelles définies par

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ \forall n \geq 0, u_{n+1} = 2u_n + v_n \end{cases} \quad \begin{cases} v_0 = 1 \\ \forall n \geq 0, v_{n+1} = u_n + v_n \end{cases}$$

1. Ecrire une fonction Python qui prend en argument n et retourne la valeur de u_n et v_n .
2. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_{n+2} = 3u_{n+1} - u_n$$

3. En déduire la valeur de u_n en fonction de $n \in \mathbb{N}$. (Il va y avoir des $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ qui traînent mais c'est faisable)