

## DM 8

**Exercice 1.** 1. A quelle condition sur  $X, Y \in \mathbb{R}$  a-t-on

$$X = Y \iff X^2 = Y^2$$

2. On se propose de résoudre l'équation :

$$|\cos(x)| = |\sin(x)|. \tag{1}$$

(a) Montrer que (1) est équivalent à  $\cos(2x) = 0$ .

(b) En déduire les solutions dans  $\mathbb{R}$  puis dans  $[-\pi, \pi[$

**Exercice 2.** Soit  $z_1$  et  $z_2$  deux complexes tel que  $|z_1| < 1$  et  $|z_2| < 1$ . A l'aide d'un raisonnement par l'absurde montrer que  $z_1 + z_2 \neq 2$

**Exercice 3.** Soit  $E$  un ensemble et  $A, B$  deux sous-ensembles de  $E$ . On appelle *différence symétrique* de  $A$  et  $B$ , notée  $A\Delta B$  le sous-ensemble de  $E$  définie par :

$$A\Delta B = (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B).$$

1. Calculer  $A\Delta A$ ,  $A\Delta\emptyset$ ,  $A\Delta E$  et  $A\Delta\overline{A}$ .

2. Montrer que  $A\Delta B = A$  si et seulement si  $B = \emptyset$ .

3. Montrer que pour tout  $A, B, C$  sous-ensembles de  $E$  on a :

$$(A\Delta B) \cap C = (A \cap C) \Delta (B \cap C).$$