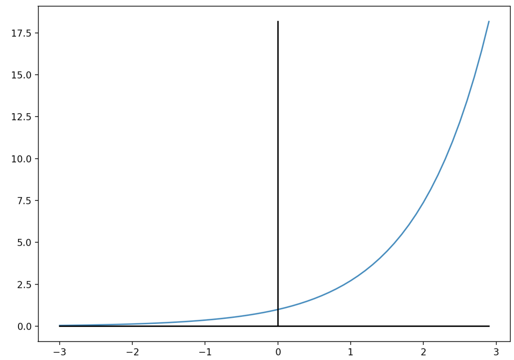
# Exponentielle

**Théorème 1.** Il existe une unique fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ vérifiant :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f'(x) = f(x) \quad \text{et} \quad f(0) = 1$$

**Définition 1.** On appelle exponentielle et on note exp la fonction $f$ du théorème précédent.




**Graphe de la fonction exponentielle**

### Remarques

— Par définition exp est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ et $\exp'(x) = \exp(x)$ et $\exp(0) = 1$

— On utilise parfois (souvent) la notation $e^x$ au lieu de $\exp(x)$ on a alors, par exemple :

- $e^1 = e$
- $e^0 = 1$

**Proposition 2.** Soient $(a, b \in \mathbb{R})$ :

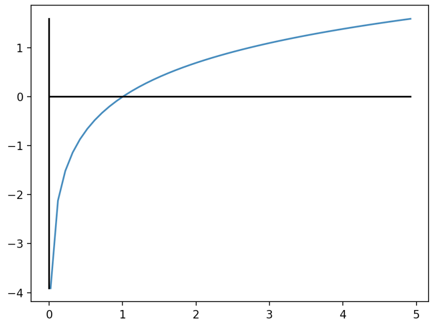
- $e^a e^b = e^{a+b}$
- $\dfrac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$
- $(e^a)^b = e^{ab}$

# Logarithme

**Théorème 3.** Il existe une unique fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}_+^*$ vérifiant :

$$\forall x > 0, \quad f'(x) = \frac{1}{x} \quad \text{et} \quad f(1) = 0$$

**Définition 2.** On appelle logarithme népérien et on note ln la fonction $f$ du théorème précédent.




**Graphe de la fonction logarithme**

**Remarques**

— Par définition ln est définie et dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$ et $\forall x > 0 \ \ln'(x) = \frac{1}{x}$ et $\ln(1) = 0$.

— En physique/chimie le logarithme décimal est souvent utilisé, il est noté log et définie par $\log(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(10)}$

**Proposition 4.** Soient $(a > 0, \ b > 0)$ :

- $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$
- $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$
- $\ln(a^p) = p\ln(a)$

**Lien entre** $\exp$ **et** $\ln$

**Proposition 5.** On a pour tout $\boxed{x \in \mathbb{R}_+^*}$ :

$$\exp(\ln(x)) = x$$

On a pour tout $\boxed{x \in \mathbb{R}}$ :

$$\ln(\exp(x)) = x$$

Pour tout $\boxed{a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}_+^*}$ :

$$\exp(a\ln(b)) = b^a$$